

Systèmes hyperboliques 2×2 Élasticité nonlinéaire

Stéphane Junca, Laurent Monasse

Labo. Dieudonné, Université de Nice Côte d'Azur,
CNRS & Inria,
courriels: junca@unice.fr, laurent.monasse@inria.fr

La propagation des ondes dans les solides peut être décrite par un système d'équations aux dérivées partielles hyperboliques. Lorsque la loi de comportement du matériau est nonlinéaire ou que l'on considère de grandes déformations de nombreux phénomènes apparaissent comme les ondes de chocs, les ondes composites, la décroissance de l'énergie.

On va s'intéresser à l'élasticité nonlinéaire. Les ondes de chocs font décroître l'énergie du système et régularisent la solution en diminuant ses oscillations [4, 1]. On fera l'Analyse de ces phénomènes pour les solutions entropiques. On cherchera aussi à retrouver ces résultats théoriques pour les solutions issues de schémas numériques, comme le "Wave Front Tracking Algorithm" [2] qui est un schéma théorique et le schéma proposé dans [5].

Le schéma numérique proposé dans [5] conserve l'énergie dans le cas d'un système hamiltonien avec Hamiltonien séparé, ce qui est le cas de l'élasticité non-linéaire dans le cas où il n'y a pas de choc. On cherchera à s'inspirer des approches développées par Didier Clamond [6] afin d'écrire une régularisation qui permette de retrouver la décroissance de l'énergie dans le cas non-linéaire (sous la forme de l'ajout d'un terme correctif dans le Hamiltonien qui concentre une "énergie numérique" dans la zone du choc régularisé).

Le stage a pour but l'initiation à la recherche en Analyse sur les systèmes hyperboliques au travers de schémas numériques.

Thèmes: **équations aux dérivées partielles nonlinéaires** taux de **décroissance de l'énergie**, lois de conservation, choc, solutions entropique, mécanique des solides, analyse numérique.

References

- [1] C. Bourdarias, M. Gisclon, S. Junca. *Fractional BV spaces and applications to scalar conservation laws*. J. Hyperbolic Differ. Equ. 11 (2014), no. 4, 655-677.
- [2] A. Bressan. *Hyperbolic Systems of Conservation Laws, The One-Dimensional Cauchy Problem*. Oxford lecture series in mathematics and its applications. *Oxford University Press*, 20, 2000.
- [3] B. Guelmame, S. Junca, D. Clamond. Regularizing effect for conservation laws with a Lipschitz convex flux. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01943834>, preprint 2018.
- [4] P.-D. Lax. Hyperbolic systems of conservation laws II. *Comm. Pure Appl. Math.* 10, 537-566, (1957).
- [5] F. Marazzato, A. Ern, C. Mariotti, L. Monasse. An explicit energy-momentum conserving time-integration scheme for Hamiltonian dynamics. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01661608>, preprint 2017.
C.-M Dafermos. *Hyperbolic Conservation Laws in Continuum Physics*. *Springer Verlag, Berlin-Heidelberg*, 2000.
- [6] D. Clamond, D. Dutykh. Non-dispersive conservative regularisation of nonlinear shallow water (and isentropic Euler) equations. *Comm. Nonlin. Sci. Numer. Simul.* 55, 237-247, (2018).